Методологические предпосылки проектирования сложных систем

Структура:
1. Инженер как конструктор прикладной научной теории.
2. Н. Бурбаки и аксиоматический метод.
3. О. Веблен и проективная геометрия.
4. Инженер делает первую попытку проектировать.
5. А. Лебег и понятие «величина».
6. А Эйнштейн и «вероятностные» модели времени.
7. К теории разработки прикладных теорий проектирования.

1. Инженер как конструктор прикладной научной теории

Творческая деятельность по проектированию любой системы может быть разделена на две, весьма различные области: **область разработки рабочих чертежей** — собственно область конструирования — и **область разработки технологии**, превращающей рабочие чертежи в материальную конструкцию.

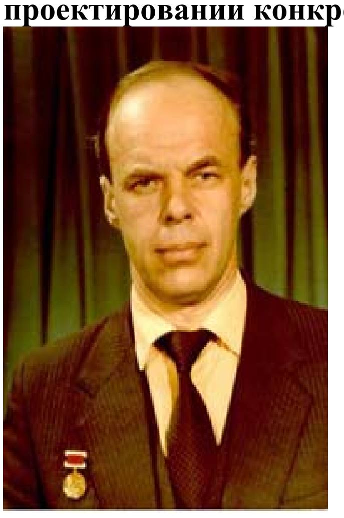
Завершенная разработка рабочих чертежей некоторой новой конструкции представляет собою бумагу, на которой изображены текстовые описания: чертежи, формулы, модели, алгоритмы. Эта бумага делает возможным изготовление материальной конструкции, обладающей свойством на заданные **воздействия** отвечать предписанным ей конструктором заданным выходом − **откликом**.

Если мы введем символические обозначения:

выход математической конструкции — y(t), **входные воздействия на конструкцию** — x(t), а саму **конструкцию** обозначим как Ω(t), то поведение системы может быть символически записано в виде:

$$y(t) = \Omega(t) \bullet x(t).$$

Такая запись позволяет в комплекте рабочих чертежей **опознать конструкцию научной теории:** совокупности логических условий x(t) на входе в теорию ставит совокупность предсказаний y(t) на выходе теории. Нет никакого сомнения, что комплект рабочих чертежей есть обобщенный оператор Ω(t) некоторой научной теории. Вопрос в том, как можно анализировать «качество» такой научной теории, когда все бумаги, на которой она изображена, измеряются тоннами? Здесь не действует призыв: «Давайте проектировать хорошо!» — здесь нужен **метод разработки теорий**. Теперь у нас намечаются **некоторые контуры того, в чем нуждается современный инженер-конструктор при проектировании конкретных систем**.



В. И. Беляков-Бодин

Вопрос о разработке такого метода, в несколько иной формулировке, был поставлен в 1966 году В. И. Беляковым-Бодиным.

Конструкцию системы, то есть оператор Ω(t) В. И. Беляков-Бодин изобразил в виде области (рис. 1).

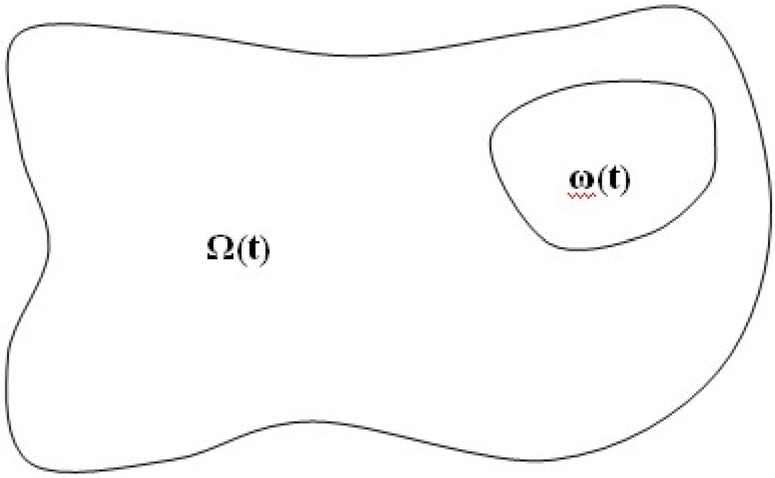


Рис. 1. Область «теории» будущей конструкции

Внутри этой области был выделен оператор ω(t) как подобласть, которая имеет математическое описание. Относительно этого оператора было ясно, что соответствующий набор конкретных программ может дать предсказания относительно изменения условия на **входе в подсистему ω(t). Но нас интересует вся область Ω(t).** Как отобразить конкретные знания ученых — специалистов в математической теории, которая покрывает всю область Ω(t)? Вот как был поставлен вопрос В. И. Беляковым-Бодиным.

Закрепим наши обозначения: выход системы будем обозначать y(t), вход системы — x(t), а саму систему или **процесс**, т. е. то, в чем протекает **рабочий процесс, — через Ω(t).**

Рассмотрим следующую таблицу как таблицу возможных «задач». Такая таблица позволяет довольно хорошо ориентироваться в разнообразных проблемных ситуациях. В различных работах по компьютерному моделированию часто описываются проблемные ситуации, которые мы обозначим №№ 2—4.

Табл. 1

№	Вход $x(t)$	Процесс $\Omega(t)$	Выход $y(t)$
1.	Известен	Известен	Известен
2.	—″—	—″—	Не известен
3.	—″—	Не известен	Известен
4.	Не известен	Известен	—″—
5.	—″—	Не известен	—″—
6.	—″—	Известен	Не известен
7.	Известен	Не известен	—″—
8.	Не известен	—″—	—″—

Ситуация № 2 может рассматриваться как типичная задача «**предсказания**». В решаемой на ЭВМ задаче y**(t) обозначает решенную задачу, x(t) — исходные данные, а Ω(t) — программу или алгоритм**, который и решает задачу.

Ситуация № 3 может рассматриваться как типичная задача «**конструирования алгоритма**» или компьютерной программы.

В инженерной практике — это задача конструирования «машины», входы и выходы которой точно определены. В конструировании современных вычислительных машин эти задачи рассматриваются как одна и решаются разумным сочетанием «аппаратуры» и «программатуры» (решением в алгоритмах математического обеспечения).

Ситуация № 4 может рассматриваться как типичная задача **«распознавания образов»**. Развитие теории радиолокации во многом было связано именно с этой задачей. Иногда её называют выделением слабого сигнала из помех.

Перечисленные три проблемные ситуации требуют разработки некоторых теорий, но они исключают из рассмотрения те ситуации, которые мы обозначили №№ 5—8. Именно в этих последних ситуациях, когда **инженер обращается за помощью к «среднему математику», он получает ответ: «Не вижу математической постановки задачи!»**

Какой же выход? Инженер обязан довести исследование технического задания на проектирование до ситуаций, которые мы обозначили через №№ 2—4. Ситуация № 1 есть ни что иное, как хорошо сделанный комплект рабочих чертежей, описания будущей работающей системы.

Чаще всего, особенно в разработке новых систем, инженеру приходится начинать с ситуации № 8, когда не известно все, т. е. не определены все (а только — некоторые) входы, не определены все (а только — некоторые) выходы, не определены все (а только — некоторые) элементы процесса. Когда разработка будет закончена, то будет определено **ВСЕ**.

Так мы пришли к выводу о необходимости введения «временных технических условий» на приемку математических теорий, используемых для проектирования разнообразных систем.

2. Н. Бурбаки и аксиоматический метод

Появление многотомного издания современной математики явилось крупным событием в жизни мировой науки. Под псевдонимом Н. Бурбаки выступила группа блестящих математиков XX века, одним из представителей которых был Ж. Дьедонне.

Научная программа этой группы нашла свое отражение в «**математическом манифесте**», который назывался «**Архитектура математики**». Нас интересует этот вопрос в первую очередь потому, что нам нужна «Архитектура проектирования сложных систем».

Интересен финал этой статьи. Она заканчивается словами Лежена − Дирихле о том, что все великие математики всегда стремились «**вычисление заменить идеями**». По досадному недоразумению, отмеченному В. Успенским, в двух переводах этой статьи: «… **последняя фраза содержит опечатку**. **Напечатано**: «**идеи заменить вычислениями**, следует читать: «**вычисления заменить идеями**». (Н. Бурбаки. Теория множеств. М.: Мир, 1965, с. 18**)**.

Нам кажется, что этот вывод очень важен, тем более что **для вычислений есть ЭВМ**.

Книга Н. Бурбаки «Теория множеств» открывается главой «Описание формальной математики». Именно эта часть нам и нужна. Но прежде — о положении в математике, следуя «математическому манифесту».

«**Нет такого математика**, **даже среди обладающих самой обширной эрудицией**, **который бы не чувствовал себя чужеземцем в некоторых областях огромного математического мира**. Поэтому даже не возникает мысли дать неспециалисту точное представление о том, что даже сами математики не могут постичь во всей полноте. Но можно спросить себя: является ли это обширное возрастание развитием крепко сложенного организма, который с каждым днем приобретает все больше и больше согласованности и единства между своими вновь возникающими частями, или, напротив, оно является только внешним признаком тенденции к идущему все дальше и дальше распаду, обусловленному самой природой математики? Не находится ли эта последняя на пути превращения в «Вавилонскую башню», в скопление автономных дисциплин, изолированных друг от друга, как по своим методам, так и по своим целям и даже по языку? Одним словом, **существует в настоящее время одна математика или несколько математик**?

Хотя в данный момент этот вопрос особенно актуален, ни в коем случае не надо думать, что он нов; его ставили с первых же шагов математической науки».

Мы привели выдержку из манифеста математики для того, чтобы читатель … заменил слова «**математическая наука**» на слова «**техническая наука**». **Разве не чувствует себя инженер чужеземцем в некоторых областях техники**? Что из себя представляет конгломерат технических наук − «развитие крепко сложенного организма», или этот конгломерат находится в пути превращения в «Вавилонскую башню», в скопление автономных дисциплин, изолированных друг от друга, как по своим методам, так и по своим целям и даже языку?»

Мы должны ясно осознавать опасность распада технических наук и можем избежать этой опасности, **следуя методу**, **предлагаемому математиками**.

Бурбаки: «В настоящее время, напротив, мы думаем, что внутренняя эволюция математической науки вопреки видимости более чем когда-либо упрочила единство ее различных частей и создала своего рода **центральное ядро**, которое обычно называют «**аксиоматическим методом**».

Упорядочить словарь языка и уточнить его синтаксис — составляет одну из сторон аксиоматического метода, а именно ту, которую следует называть **логическим формализмом** (или, как еще говорят, «логистикой»). Но — и мы не настаиваем на этом — **это только одна сторона** — полезная, но при том наименее интересная».

Нет никакого сомнения, что для технических наук необходимо выполнить подобную работу. Можно признаться, уже по собственному опыту, что это «полезное дело», тем не менее, является «наименее интересным». Но, к сожалению, в проектировании систем очень часто «полезное дело» является «наименее интересным». Избавиться от этих «наименее интересных», но «полезных дел» можно только с помощью вычислительных машин, но чтобы заставить машину делать эту работу, разработчик должен **понять сам**, что можно поручить машине.

Знакомясь с «математическим языком», мы не находим почему-то традиционного языка с его «именем существительным» и «глаголами». А ведь как было бы хорошо, если бы изучение обычных языков и «математического языка» можно было бы осуществлять **одним и тем же способом**! Именно здесь и кроется трудность в использовании математического языка при проектировании конкретных систем: «Как рассказать **об этом** математическим языком?», «**О чем это** рассказано математическим языком?»

Как будет показано в последующих главах именно эту трудность и снимает — **ТЕНЗОР**.

Раздел, который назван «Аксиомы», у Н. Бурбаки описан следующим образом:

«I. Записывают сначала некоторое количество соотношений теорий τ: эти соотношения называют **явными аксиомами** теории τ; буквы, встречающиеся в явных аксиомах — **константами** теории τ».

В этой операции выделения явных аксиом мы берем высказывания математического языка и **объявляем их истинными**. Здесь в конструкцию теории вводится понятие «истины» или понятие «правильно».

Если эти высказывания взяты из «словаря» и «формулизма» математической физики, то они выражают утверждения о **постоянстве** или **неизменности** или **инвариантности** некоторых **физических величин**. Так может выглядеть высказывание о **постоянстве скорости света**, о **постоянстве** (**сохранении**) **энергии** и т.д.

Фактически **константами** явных аксиом в инженерных приложениях математических теорий являются **инварианты физических величин**. Одна теория от другой отличается этими инвариантами. Так, например, при движениях и поворотах твердого тела аксиомой является то, что «расстояние» между точками твердого тела остается **постоянным**. Эта аксиома отменяется при переходе к гидродинамике несжимаемой жидкости и ей на смену приходит утверждение, что «объем» остается постоянным. Легко заметить, что из постоянства «**расстояния**» следует **постоянство** «**объема**». Но обратное заключение неверно в общем случае (однако может оказаться верным в частном случае). Это дает некоторый намек на то, как может расширяться математическая теория при замене инвариантов.

Поскольку инженеры решают конкретные задачи, то наряду с **явными аксиомами** им приходится иметь дело еще и с НЕ-явными аксиомами, о которых не говорится в трактате Н. Бурбаки.

Эти «не-явные» аксиомы инженер обнаруживает в своих задачах под именем **УСЛОВИЙ**: начальных, граничных и т.д. Иногда эти условия называются «ограничениями» и задают неравенствами в задачах линейного программирования и т. п.

Теперь мы располагаем некоторыми представлениями о том, что имеется в виду под названием «аксиомы». Мы принимаем **два списка**:

1. список **а** — список явных аксиом;
2. список **б** — список неявных аксиом или **условий**.

Пока мы ничего не меняем в списке **а**, мы переходим от одной задачи к другой **внутри одной и той же теории**. Положение изменяется, если мы меняем список **а** — в этом случае мы заменяем **одну теорию** на **другую теорию**. Классическим примером замены в списке явных аксиом является работа Н. И. Лобачевского, где был совершен переход от евклидовой геометрии к геометрии к не-евклидовой.

Завершающая часть устройства математической теории — правила выхода. Их другое название «схемы аксиом» (рис. 2).

Нетрудно догадаться, что схемы аксиом и **правила вывода есть ни что иное, как правила перехода от одного высказывания к другому высказыванию без потери** «**истинности**». Это часть устройства формальных теорий является наиболее трудным для понимания, и это не случайно.

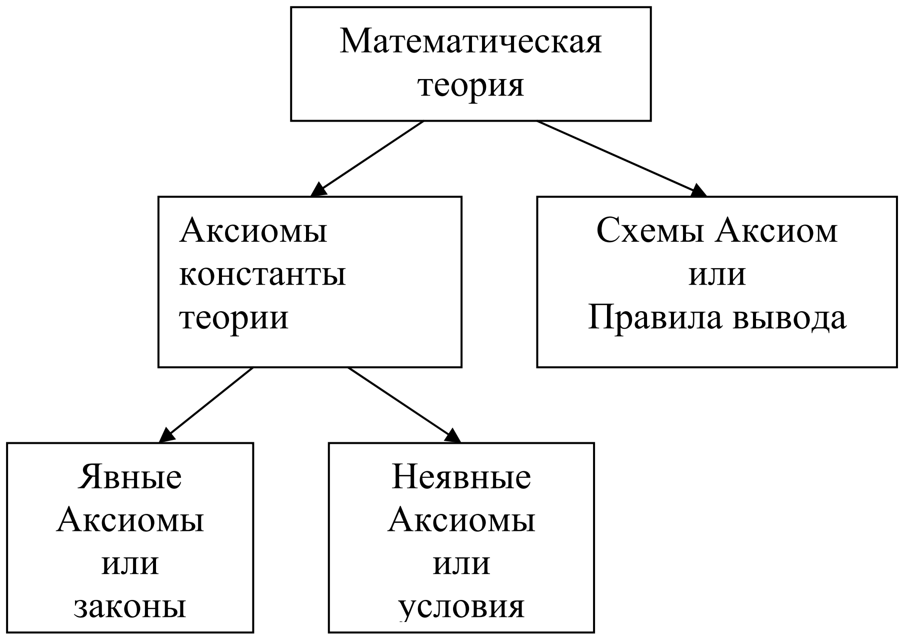


Рис. 2

Выбор постоянных аксиом является самым трудным и неформальным делом. Обоснование аксиомы является непосредственным делом не только математики, но и философии, физики и других содержательных наук.

Но однажды установленная аксиома не подлежит доказательству внутри математической теории, принявшей эту аксиому. Она является исходным предположением для вывода следствий или предсказаний теории.

Поэтому выбрать ошибочную аксиому — это значит получить ложную теорию, а значит и ложные следствия — предсказания.
Аксиома должна быть максимально прозрачной, подтверждаемой наблюдением. Она должна иметь статус закона природы, который, как известно, нельзя отменить ни при каких обстоятельствах. Но законы бывают разные и, как мы уже знаем, имеют пространственно-временные границы применения, которые тоже нельзя нарушать.
Н. Бурбаки специально обращали внимание, что «на начальной стадии развития математической теории нередко бывают случаи выбора уродливых аксиом, не способствующих развитию теории, а, наоборот, тормозящих ее».
Проиллюстрируем это высказывание примером.
Предположим, что в качестве постоянной аксиомы мы хотим использовать одно из двух предположений:

1. Мир живого — система, которая стремится к состоянию устойчивости.
2. Мир живого — система, которая стремится к состоянию неустойчивости.

Мы не будем обсуждать каждое слово в этих прямо противоположных утверждениях. Непрозрачность каждого из них очевидна. Но мы хотим обратить внимание, что на обыденном уровне можно привести много «за» и «против» каждого из них. И каждый будет прав по-своему.
Как показал И. Кант, **доказать или опровергнуть противоположные утверждения невозможно, если не существует закон, из которого они выводятся как следствие.**
Но для того чтобы понять, о каком законе может идти речь, нужно вначале уяснить, что имеется в виду под термином «устойчивость»?
Положение осложняется тем, что в математической энциклопедии «устойчивость» определяется как термин, не имеющий определенного содержания. По этой причине мы вынуждены придать этому термину некоторое содержание. Будем считать, что операцию содержательного определения термина устойчивость мы проводим в качестве обоснования выбираемой аксиомы.
В предыдущих разделах на многочисленных примерах из разных областей — физики, химии, биологии, экологии, технологии, экономики, политики — было показано, что

УСТОЙЧИВО ТО, ЧТО СОХРАНЯЕТСЯ в системе независимо от изменений, происходящих в ней.

Правилом устойчивости является закон сохранения.
В этом смысле *устойчивость* — это *инвариант системы*.
Но ведь законов сохранения в принципе может быть бесконечно *много*.
Следовательно, и правил устойчивости тоже может быть бесконечно много. Поэтому крайне важно из известных, открытых наукой законов сохранения, *выбрать* тот, который *соответствует* сущности проектируемой системы.
Ошибка в этом вопросе означает, что **следствия** из принятой аксиомы, не являющейся сущностью проектируемой системы, **будут также ошибочны**. Поэтому крайне важно не допустить ошибку в выборе инварианта системы, характеризующего ее устойчивость.
Мы знаем, что условием существования любой живой системы, включая человека и общество в целом, является наличие обмена мощностью с окружающей средой. Любая живая система является открытой, проточной системой. Она всегда потребляет и производит мощность.
Инвариантом живых систем является равенство входной и выходной мощности. Мощность живых систем не равна нулю.
Если мощность становится равной нулю, живая система переходит в класс замкнутых систем, для которых не выполняются условия существования живой системы.
В этом смысле она перестает существовать. По этой причине использование (в качестве правила устойчивости живых систем) законов, выражающих сущность замкнутых систем, является серьезной ошибкой.

Рассмотрим такой пример. Предположим, что в качестве правила устойчивости мира живых систем выбран адиабатический инвариант.
Покажем, что такой инвариант выражает устойчивость замкнутых систем, к которым живые системы не относятся.
Одной из форм адиабатического инварианта является выражение:

$$P \times V = \text{const},$$

где P — давление, а V — объем.
В LT-системе величина давления P имеет размерность $[L^2\ T^{-4}]$, а величина объема V — размерность $[L^3\ T^0]$.
Следовательно, адиабатический инвариант имеет размерность произведения $[L^2\ T^{-4}] \times [L^3\ T^0] = [L^5\ T^{-4}]$.
Мы получили размерность энергии $[L^5 T^{-4}]$, а в качестве правила устойчивости выражение:

$$L^5\ T^{-4} = \text{const}.$$

Но это означает, что:

$$L^5\ T^{-5} = 0.$$

Возможна такая ситуация? Да, возможна. Но только тогда, когда «входная» и «выходная» мощность равна нулю. В этом случае система не обменивается с внешней средой потоками энергии. Система является **замкнутой**.
Но ведь живые системы — это **открытые** системы. Адиабатический инвариант оказывается в противоречии с условием существования мира живых систем.
Действительной аксиомой существования мира живого является утверждение:

МИР ЖИВОГО СУЩЕСТВУЕТ: ОН СОХРАНЯЕТСЯ И ИЗМЕНЯЕТСЯ.

Этому вопросу мы уделили достаточно внимания и поэтому обратим внимание на то, что обоснование и выбор постоянных аксиом прикладной теории крайне сложно осуществлять, не владея системой LT-размерностей.
Как было показано в разделе «Физика», использование этой системы дает возможность определить границы Аксиоматики.

Фактически именно здесь мы встречаемся с тем, что такое «эквивалентность» высказывания или формул. Ответ на этот вопрос мы получим в следующем параграфе, где мы познакомимся с Эрлангенской программой Ф. Клейна и ее разработкой в работах О. Веблена.

3. О. Веблен и проективная геометрия

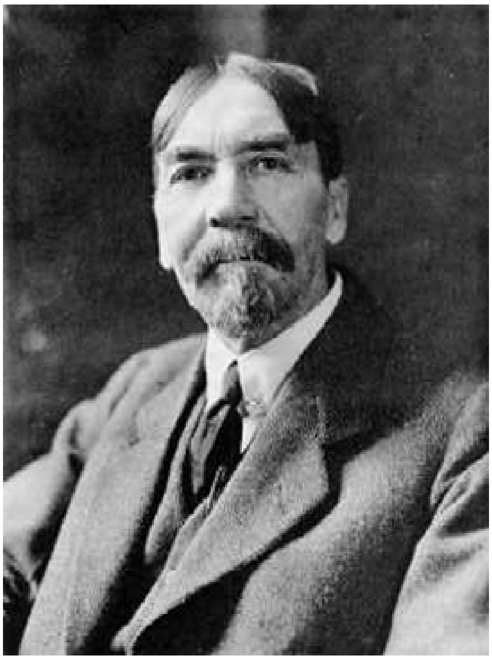
Клейн (Klein) Феликс
(1849 - 1925)

Теперь предметом нашего рассмотрения будут **синтетические идеи**, которые обеспечивают переход от частных случаев к понятию «**сущности»**. Первым примером такого синтетического обобщения явилась работа Ф. Клейна 1872 г. «**Сравнительное обозрение новейших геометрических исследований** («**Эрлангенская программа**»)». В этой статье Ф. Клейн обсуждает некоторый **принцип**, который позволяет избежать эффекта «Вавилонской башни» в развитии геометрии.
Ф. Клейн заменяет термин «пространство» на термин «многообразие нескольких измерений» и рассматривает группу преобразований для этого многообразия. Отсюда:

«**Как обобщение геометрии получается**, таким образом, **следующая многообъемлющая задача**: **дано многообразие и в нем группа преобразований**. **Требуется развить теорию инвариантов этой группы**».

Последующее развитие этой идеи Ф. Клейна привело к точке зрения на колоссальное разнообразие геометрий как на разнообразие **групп преобразований**. Были изучены инварианты этих различных групп.

Однако предложенная Ф. Клейном база для унифицированного рассмотрения с единой точки зрения различных геометрий, хотя и была достаточно широкой, она все-таки не могла охватить **всех возможных геометрий**. Нужен был один шаг, который и сделал на математическом конгрессе в Болонье **в 1928 году О. Веблен**.



Торстейн Бунде Веблен
Thorstein Bunde Veblen
(1857 -1929)

Коротко говоря, О. Веблен предложил определять геометрии как **теории пространств с инвариантами**. Программа О. Веблена, являющаяся обобщением Эрлангенской программы Ф. Клейна, уже содержала в себе то, что мы узнали об устройстве математических теорий из трактата Н. Бурбаки. Но она отличается «геометричностью» математического языка и своей **идейной ориентацией**. Веблен смело рвет с традицией, излагая математические идеи не в той форме, в которой они нарождались, а в форме, которая **наиболее удобна для приложений**. **Эта ориентация О. Веблена на приложения не нашла поддержки в «чистой» математике, что и не имеет для нас большого значения**. Устройство «геометрий по Веблену совершенно тождественно устройству «математической теории» по Бурбаки (рис. 3).

Почему же мы обращаемся именно к работам О. Веблена? Имеется много великолепных работ по аксиоматическому изложению геометрий, но только у Веблена и Уайтхеда эта аксиоматика использует такое очень нужное для инженерных приложений понятие, как «**класс координатных систем**». В проектировании конкретных систем это понятие соответствует «классу или совокупности измерительных приборов», чем обеспечивается эффективный переход от наблюдаемых явлений к математическому описанию проектируемых систем.

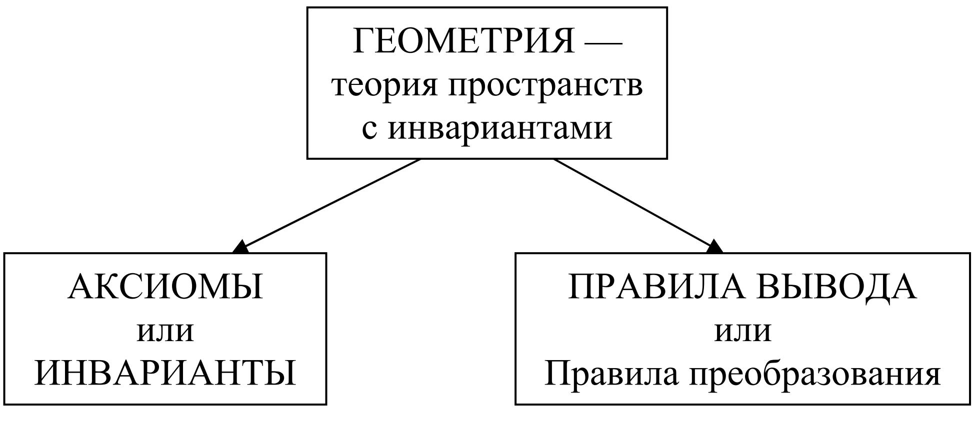


Рис. 3

Для Веблена слова «математика» и «геометрия» звучат как синонимы. У современных математиков имеется сильная тенденция к обобщению Эрлангенской программы.
К концу XX века сложилось **два направления унификации всей математической науки**. **Первое направление**, **которое мы назовем теоретико-множественным**, **связано с работами группы Бурбаки**. **Второе направление**, **которое мы назовем геометрическим**, **связано с точкой зрения Веблена** и многих других выдающихся ученых.
Мы провели это деление только для того, чтобы подчеркнуть отсутствие различий в понимании того, что называется «математической теорией» в первом направлении и что называется термином «геометрия» во втором направлении.

4. Инженер делает первую попытку проектировать

Представим себе некоторую гипотетическую инструкцию, пользуясь которой инженер должен сконструировать формальную теорию, т. е. теорию математического типа.
Допустим, что мы имеем дело с ученым, который хорошо знает свою научную область, но ровно ничего не знает о современной математике. Как использовать его знания для представления их в форме локальной математической теории? Существует около десятка названий (исследование операций, ситуационное моделирование, системный анализ) различных наук, которые ставят себе подобную цель.
Начнем с **процедуры № 1**: «**Составьте список предсказаний**, **которые должна будет давать будущая**, **еще не созданная теория**».
Эта процедура при наличии ученого-профессионала приобретает вид списка предсказаний, которые может делать этот ученый относительно некоторых наблюдаемых явлений.
Результатом процедуры будет список предсказаний, записанный на нашем естественном языке некоторой конкретной науки.
Список предсказаний: (Список № 1)

1. ……………………
2. ……………………
3. ……………………

Получив такой список, переходим к **процедуре № 2**. **Она состоит в составлении списков условий**, **записанных на естественном языке конкретной науки**, но эти списки составляются по каждой позиции списка № 1. Это означает, что мы берем предсказание № 1 из списка № 1 и спрашиваем: «Какие условия должны быть приняты во внимание, чтобы можно было сделать предсказание № 1»? Можно опрашивать уже группу специалистов с той же целью, чтобы не допустить потери некоторого условия. Этот список мы обозначим № 21, где 2 — вторая процедура, а 1 — номер предсказания из списка № 1.
Повторяя процедуру № 2 по каждому предсказанию, мы получаем довольно полный список условий. Очевидно, что некоторые условия могут повторяться для разных предсказаний. Такие «повторы» мы исключим и получим список № 2, который назовем списком условий.
Располагая двумя списками — списком предсказаний и списком условий, мы можем приступить к **процедуре № 3**. **Эта процедура состоит в формировании списка слов или терминов**, **которые использует данная конкретная наука**. При формировании словаря мы рассматриваем все термины из обоих списков как равноправные (рис. 4). Нужно заметить, что имеется очень большое число работ, где такие словари для различных конкретных наук уже составлены.
Переход к следующей процедуре имеет интересную историю. **Мы остановились перед выбором: анализировать словарь на естественном языке или потребовать процедуру измерения для каждого термина из словаря?** Поскольку и первый, и второй путь

возможны, мы сначала разберем первый путь — путь анализа словаря на естественном языке.
Нетрудно видеть, что следующая процедура должна дать **конкретизацию словаря**.
Тупиковым направлением является признание результата процедуры № 3 за список № 2, т. е. за **словарь** формальной теории. **«Терм» или «слово» в математической теории определяется однозначно, а этому требованию не удовлетворяют слова естественного языка.** Сама математика возникла в ответ на потребность человечества в языке, который допускает **однозначный перевод**.
Итак, переходим к **процедуре № 4**, **определению математического значения слов**, **полученных в процедуре № 3**.

Процедура № 1

Список предсказаний

1	2	3	4	5	6	7	8

Процедура № 2

Список условий, которые нужно принять во внимание

<table>
<tr><td>2 \ 1</td><td colspan="8">Список предсказаний</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Список условий</td><td>1.1</td><td>1.2</td><td>1.3</td><td>1.4</td><td>1.5</td><td>1.6</td><td>1.7</td><td>1.8</td></tr>
<tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td><td>2.4</td><td>2.5</td><td>2.6</td><td>2.7</td><td>2.8</td></tr>
<tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>3.3</td><td>3.4</td><td>3.5</td><td>3.6</td><td>3.7</td><td>3.8</td></tr>
<tr><td>4.1</td><td>4.2</td><td>4.3</td><td>4.4</td><td>4.5</td><td>4.6</td><td>4.7</td><td>4.8</td></tr>
<tr><td>5.1</td><td>5.2</td><td>5.3</td><td>5.4</td><td>5.5</td><td>5.6</td><td>5.7</td><td>5.8</td></tr>
<tr><td>6.1</td><td>6.2</td><td>6.3</td><td>6.4</td><td>6.5</td><td>6.6</td><td>6.7</td><td>6.8</td></tr>
</table>

Процедура № 3

Список терминов на основе списков № 1 и № 2

Рис. 4

Эталонными значениями слов в математическом языке мы считали следующие «расширения» понятия «число».

1. Булева переменная (значения «да» и «нет» или «0» и «1»).
2. Скаляр (действительное число, 0-матрица).
3. Кортеж (упорядоченная последовательность действительных чисел или 1-матрица).
4. 2-матрица (двумерная упорядоченная последовательность чисел).
5. 3-матрица (трехмерная упорядоченная последовательность чисел).

Использование *n*-матриц с большим числом направлений казалось нежелательным из-за сложности последующей обработки данных.

Процедура № 4 и состоит в расчленении значений слов по указанным выше 5 группам.

Для обозначения *n*-матриц можно использовать индексы. Так, например, кортеж имеет базовую букву и один греческий индекс, который пробегает значения от 1 до *m*, где *m* — любое число.

Изображение кортежа в виде 1-матрицы имеет вид:

α →	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*
A_α =	3	2	4	5	3	6	7	2

Если мы хотим назвать весь кортеж, то мы пишем A_α. Если нам нужно выделить **один конкретный элемент** кортежа, например, $A_\alpha = 6$ или $A_\alpha = 3$. Греческий индекс α называется **скользящим** или **текущим** − обозначает сразу все элементы. Латинские индексы *a*, *d*, *c*, *d* … *h* называются **фиксированными** и играют роль **имени** некоторого элемента кортежа.

2-матрицы (не обязательно квадратные) имеют подобную индексную символику:

	α \ β	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*
	a	3	6	4	2	3	4	5	7
	k	2	1	4	3	5	2	1	1
$C_{\alpha\beta}$ =	*l*	1	2	5	1	1	3	4	2
	m	1	3	3	3	2	4	6	5
	n	3	6	2	2	4	8	7	3

Здесь индекс α пробегает значения *a*, *k*, *l*, *m*, *n*, а индекс β — пробегает значения *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*.
Если мы хотим выделить одну строку из 2-матрицы $C_{\alpha\beta}$, например, строку *k*, то мы пишем

$$C_{k\beta} = \begin{array}{c|cccccccc} \beta \rightarrow & a & b & c & d & e & f & g & h \\ \hline k & 2 & 1 & 4 & 3 & 5 & 2 & 1 & 1 \end{array}$$

Наоборот, если нам нужен столбец, например, столбец *d*, то мы пишем

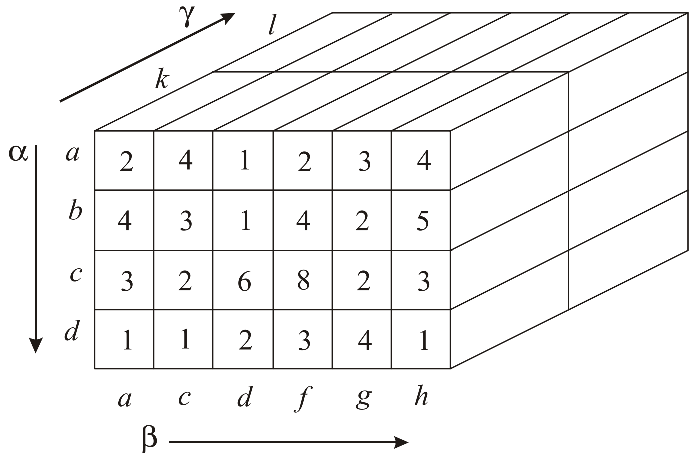
$$C_{\alpha d} = \begin{array}{c|ccccc} \alpha \rightarrow & a & k & l & m & n \\ \hline d & 2 & 3 & 1 & 1 & 2 \end{array}$$

Наконец, если нам нужны отдельные элементы 2-матрицы, то мы фиксируем не один индекс (как в примере со строкой или столбцом), а два. Например,

$C_{aa} = 3$; $C_{kb} = 1$; $C_{ne} = 4$ и т.д.

Подобным же образом представляются и 3-матрицы.

$D_{\alpha\beta\gamma} =$



Здесь индекс α пробегает значения *a*, *b*, *c*, *d*, индекс β пробегает значения *a*, *c*, *d*, *f*, *g*, *h*, а индекс γ («слой») пробегает значения *k* и *l*.
Порядок использования индексов в 3-матрицах подчиняется тем же правилам, которые приводились для 2-матриц. Фиксируя третий индекс γ, можно расчленить 3-матрицу на две 2-матрицы, которые обозначаются через $D_{\alpha\beta k}$ и $D_{\alpha\beta l}$. Численные значения во втором слое уже не будут скрыты за элементами 2-матрицы $D_{\alpha\beta k}$.

Теперь мы будем иметь:

$$D_{\alpha\beta k} = \begin{array}{c|cccccc} \alpha \downarrow \; \beta \rightarrow & a & c & d & f & g & h \\ \hline a & 2 & 4 & 1 & 3 & 3 & 4 \\ b & 4 & 3 & 1 & 4 & 2 & 5 \\ c & 3 & 2 & 6 & 8 & 2 & 3 \\ d & 1 & 1 & 7 & 3 & 4 & 1 \end{array}$$

$$D_{\alpha\beta l} = \begin{array}{c|cccccc} \alpha \backslash \beta & a & c & d & f & g & h \\ \hline a & 1 & 2 & 4 & 3 & 5 & 4 \\ b & 3 & 3 & 3 & 4 & 2 & 6 \\ c & 2 & 7 & 8 & 4 & 3 & 2 \\ d & 1 & 2 & 3 & 2 & 4 & 5 \end{array}$$

Можно сформировать матрицу с фиксированным вторым индексом, например, $D_{\alpha d\gamma}$

$$D_{\alpha d\gamma} = \begin{array}{c|cc} \alpha \backslash \gamma & k & l \\ \hline a & 1 & 4 \\ b & 1 & 3 \\ c & 6 & 8 \\ d & 7 & 3 \end{array}$$

Можно иметь многомерные матрицы с 4, 5 и т. д. индексов. Они могут быть «математическими значениями» тех многомерных массивов, которые заполняют всевозможные «базы данных».

Результатом процедуры № 4 является распределение «слов» по их математическим «значениям» в виде различных n-матриц. Конечно, можно было бы булеву переменную считать нуль-матрицей, а скаляр рассматривать как 1-матрицу со значением булевой переменной (что и делается в вычислительных машинах), но мы не решились на столь радикальное изменение уже сложившейся теории n-матриц.

Можно теперь вернуться к нашим спискам предсказаний и условий, обозначив термины конкретной науки символами с соответствующим числом индексов и записать все высказывания в виде формул или соотношений между этими символами. Однако дальше начинается подлинная трагедия. Мы хотим записать аксиомы, которые играют роль законов в этой конкретной науке, но … пусть это делает кто-нибудь другой.

Таких **аксиом**, играющих роль **законов**, на этом, казалось бы, явном пути, обнаружить не удается. Мы попались в ловушку, а изложенная причина (связанная с неоднозначностью обыденного языка) должна избавить читателя от наших ошибок.

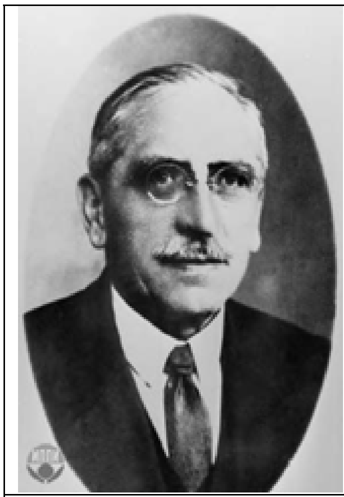
Но у нас есть еще **второй путь**: это путь, когда каждое «слово» **определяется через «измерение»**, **которое осуществляется одним**, **несколькими или многими приборами**. Так родилось первое инженерное предписание:

Символ прикладной математической теории играет роль «имени» для измерительного прибора (или комплекта приборов). Его «значение» определяется для каждого момента времени «отсчетом» (или «отсчетами») на шкале прибора («приборов»)

Поскольку теперь большинство приборов имеет цифровой отсчет (или приводится к нему), мы получаем однозначность в определении символов. **Мы не говорим** «точность», **мы говорим**, **что один прибор дает только один отсчет.**

Показания приборов точно так же, как «слова» естественного языка классифицируются в терминах n-матриц. n-матрицы оказались прекрасными носителями результатов наблюдения, определяя многие характеристики комплекта приборов.
И снова … быстро сказка сказывается, но медленно дело делается. Оказалось, что многие приборы имеют «имена», которые дают им фирмы-изготовители. Есть приборы с различными «именами», которые измеряют **одну и ту же физическую величину**. Нам нужен **словарь физических измеряемых величин**.
Мы потерпели неудачу в попытке сконструировать математическую теорию, которая имеет прикладной характер. Мы попали в ловушку **слов**, а нам нужны не **слова**, а **понятия**.

5. Анри Лебег и понятие «величина»



Анри Леон Лебег
Henri Leon Lebesque
(1875 — 1941)

Двумя изданиями в нашей стране вышла книга А. Лебега «Об измерении величин». Предисловие к этой книге в 1939 году написано А. Н. Колмогоровым, и нам трудно отказаться от наметившейся тенденции изложения. Пусть говорят математики!
«В чем основной интерес книги Лебега? Мне кажется, в следующем: у математиков существует склонность, уже владея законченной математической теорией, стыдиться ее происхождения. По сравнению с кристаллической ясностью развития теории, начиная с уже готовых ее основных понятий и допущений, кажется грязным и неприятным занятием копаться в ***происхождении этих основных понятий и допущений»*** — так академик А. Н. Колмогоров характеризует содержание книги А. Лебега. Однако продолжение этого же отрывка содержит **ключевые идеи**, которые и будут нам нужны.

«Все здание школьной алгебры и весь математический анализ могут быть воздвигнуты на понятии действительного числа без всякого ***упоминания об измерении конкретных величин*** *(длин, площадей, промежутков времени и т.п.) Поэтому на разных ступенях обучения с разной степенью смелости появляется одна и та же тенденция: возможно скорее разделаться* ***с введением*** *чисел и дальше уже говорить только о числах и соотношениях между ними. Против этой тенденции и протестует Лебег.*
Что общепринятая система с педагогической стороны дефектна, видно хотя бы из тех трудностей, которые затем возникают при усвоении учащимися ***независимости смысла геометрических и физических формул от выбора единиц измерения и понятия «размерности» геометрических и физических формул»****.*
Продолжим знакомство с этим предисловием:
«Дело, однако, не в отдельных дефектах: а в том, что ***отрыв в школьном преподавании математических понятий от их происхождения приводит к полной беспринципности и логической дефектности курса****. Лебег прав, когда утверждает, что, например,* ***старые учебники, считавшие понятие площади чем-то ясным и само собою разумеющимся, стояли выше, чем некоторые современные, которые предлагают «условиться» назвать площадью круга такой-то предел****. Создание на почве выкристаллизовавшихся из практики понятий формальных определений на своем месте имеет смысл, но только тогда, когда это будут определения общих понятий. Имеет смысл дать формальное определение площади вообще, вывести из этого определения общие свойства площадей и доказать, что в применении к кругу общее определение приводит к такому-то результату. Но бессмысленно «уславливаться», что*

понимать под площадью отдельных фигур, так как причина именно этих «соглашений» остается не раскрытой.
Поднимаясь к современным исследованиям о понятиях длины кривой, площади поверхности и интеграла, Лебег показывает, как уже ***в чисто научной области забвение реального происхождения понятий*** *может сбить с пути исследователя. На примере* ***своих собственных открытий*** *Лебег старается показать,* ***как тесно связаны с*** *анализом реальных процессов измерения. Таким образом, в центре внимания на протяжении всей книги Лебега стоит* ***борьба за возвращение математическим понятиям*** *их первоначального материального содержания.* ***В этой борьбе*** *я вижу основной интерес книги Лебега».*
Мы используем из этого же предисловия еще два отрывка, которые не утратили своего значения и в наши дни.
«Особенно остро стоит вопрос о понятии площади поверхности. В элементарной геометрии, кроме площадей цилиндра и конуса, для которых общая проблема может быть обойдена развертыванием на плоскость, «вычисляется» площадь поверхности шара. Вычисление это, однако, не имеет определенного смысла пока само понятие площади поверхности не определено. Далеко не всем известно, что дело вовсе не в затруднительности привести такое определение в школьном учебнике, а в том, что корректное элементарно-геометрическое ***определение площади поверхности, пригодное хотя бы в простейших случаях, вообще было найдено к концу XIX века и излагается лишь в специальных мемуарах****. В учебниках анализа и дифференциальной геометрии площадь поверхности определяется как интеграл:*

$$S = \iint \sqrt{1 + p^2 + q^2}\,dxdy\,.$$

Обычные «доказательства» того, что этот интеграл действительно выражает площадь поверхности, не выдерживают критики по той причине, что ***нельзя доказать равенство интеграла площади поверхности, не определив сначала, что такое площадь****.*
Это обстоятельство является подлинным скандалом для общепринятого изложения дифференциальной геометрии. Надо надеяться, что книга Лебега окажет влияние на содержание соответствующих глав университетских учебников».
С тех пор прошло шестьдесят лет, и как мы сможем убедиться ниже, **этого изменения в учебниках не произошло до сих пор**. **Инженер должен доходить до выяснения этих обстоятельств сам, своей собственной головой**.
Мы закончим коротким замечанием А. Н. Колмогорова, которое очень полезно для осознания значения универсальной системы пространственно-временных величин Р. Бартини, подробно рассмотренной нами ранее: *«Мне представляется более удачным выходом собрать те общие свойства длин, площадей и объемов, которые позволяют выражать их при выбранной* ***единице меры*** *числами и называть «****системой величин****» всякую совокупность объектов, обладающую этими свойствами».*
Уже приведенных высказываний А. Н. Колмогорова вполне достаточно, чтобы понять, что составление **СЛОВАРЯ** для прикладной математической теории является делом весьма нелегким. А. Лебег хотел реализовать в своей книге последние предложения А. Н. Колмогорова. Пока мы заметим, что с понятием «**величина»** дело обстоит довольно хорошо, когда мы образуем это понятие, абстрагируясь от различных форм восприятия **пространства**. Гораздо хуже обстоит дело с абстракциями от различных форм восприятия **времени**. Мы не хотим, чтобы читатель забыл об «именах существительных» и «глаголах» математического языка. Мы хотим, чтобы свобода владения математическим языком пришла от **понимания**, а не от зазубривания тех или иных приемов.
Книга А. Лебега вышла в 1931—1935 гг. как серия статей на страницах швейцарского журнала «Математическое преподавание». Во Франции она была издана в 1956 году. А. Лебег пишет: *«На страницах «Математического преподавания» я займусь*

рассмотрением ***измерения величин****. Нет темы более важной: измерение величин является* ***исходным пунктом всех приложений математики»****.*

Так как прикладная математика предшествовала, очевидно, чистой, или логике математики, то обычно думают, что начало измерения площадей и объёмов лежит у самых источников истоков геометрии; с другой стороны, измерение доставляет ***число****, т. е. предмет изучения и анализа. Таким образом, об измерении величин говорят как в средних и старших классах средней школы, так и в высшей школе. Мне кажется, что сопоставление того, что делается на этих трех ступенях обучения, явится хорошим образцом, который лучше послужит делу формирования будущих преподавателей.*

В этих статьях я буду стараться давать по возможности более простое и конкретное изложение, без ущерба для логической строгости. Эта тенденция может показаться несколько архаичной в эпоху, когда абстракция укоренилась даже в прикладных науках.

Однако не нужно забывать, что те, которым мы обязаны отвлеченной научной мыслью, могли, пребывая в абстракции, заниматься, тем не менее, полезными вещами именно потому, что они имели особенно обостренное чувство действительности.

Это ***чувство*** *как раз и нужно стараться пробудить у молодежи.*

Только тогда, когда научатся в абстрактном видеть конкретное, а в общей теории — по-настоящему полезные частные случаи, переход к абстракции может принести нужные плоды*.»*

Мы думаем, что читатель не откажет себе в удовольствии познакомиться с точкой зрения А. Лебега на измерение величин. Мы обратим внимание только на некоторые положения Лебега, которые нам будут нужны для формирования понятия «**тензор**».

«…так как весь мир считает длины, площади, объемы истинными образцами величин, то мы особенно постараемся выявить общее в том, что мы говорили о каждом из этих понятий.

Мы хотим получить обобщение, охватывающее все те значения слова «величина», с которыми мы сегодня имеем дело при измерении величин*.*

Величина есть то, что не изменяется (инвариантно) относительно операции «расчленения» или операции «тиринг»*.*

Остановимся теперь на некоторых замечаниях, на которые следовало бы обратить внимание учащихся: длина высоты пирамиды является величиной, отнесенной не к самой пирамиде, а лишь высоте-отрезку; площадь поверхности многогранника не является величиной, заданной на семействе многогранников, но площадь части поверхности многогранника есть величина, определенная для частей, поверхности, рассматриваемых как тела…

Таким образом, ***число может являться или не являться величиной в зависимости от семейства тел, к которым его относят; семейство тел, для которых определено рассматриваемое число, не обязано совпадать с семейством тел, для которых это число является величиной****…»*

Величина есть то, что не изменяется относительно операции «расчленения».

Пример (рис. 5):

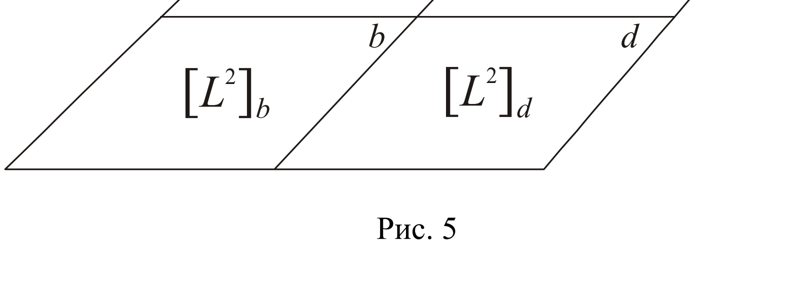


Рис. 5

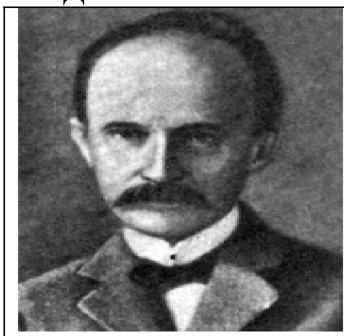
Допустим, мы разрезали лист бумаги площадью [L^2], на четыре части, каждая из которых имеет свою площадь.
Площадь каждой части *a, b, c, d* разрезанного листа имеет величину, размерность которой остаётся неизменной:

$$[L^2] = [L^2]_a + [L^2]_b + [L^2]_c + [L^2]_d.$$

Не следует путать понятие «величина» и понятие «число». Число есть то, что **изменяется** относительно операции расчленения.
Понятие «величина» соединяет в себе качественную и количественную определенность объекта. Независимость величины от операции разрезания — это сохранение качественной определенности объекта. При разрезании листа бумаги на четыре части сохраняется пространственная (геометрическая) размерность каждой части листа: [L^2] = const. Но при этом изменяется количество (число) листов. Вместо первоначально одного листа после разрезания мы получили четыре листа одной и той же величины [L^2].
Так обстоит дело с пространственными мерами. Но в проектировании систем используются не только пространственные, но и временные меры.

6. А. Эйнштейн и «вероятностные» модели времени

В настоящее время в различных моделях «физической реальности» понятие «**ВРЕМЯ»** выступает или как **мера углов,** или как **вероятностная мера**. При проектировании систем существует трудность в идентификации этих **МЕР** с понятием «**ВРЕМЯ»**. Это вынуждает нас вернуться в 1911 год, используя анализ связи вероятности и времени, выполненный М. Д. Клейном.



Макс Планк
Max Planck
(1858 — 1947)

«... с учетом этих блестяще оправдавшихся взглядов Эйнштейна на вероятность и флюктуации мы должны подходить к замечаниям, сделанным им на первом Сольвеевском конгрессе в 1911 г. Планк докладывал на конгрессе о своей работе по изучению черного тела. Принцип Больцмана играл у него существенную роль.
Но для Планка вероятность должна была вводиться априорно, потому что он не мог найти «решительно никакой отправной точки в тех допущениях, которые положены в основу электромагнитной теории света, чтобы приписать такой вероятности какое-либо определенное значение».

Эйнштейн открыл дискуссию по докладу Планка следующими замечаниями:
*«**Кажется несколько шокирующим то**, **что уравнение Больцмана применяется**, **как это делает г-н Планк**, **без физического определения вводимой при этом вероятности**. Если действовать таким образом, то уравнение Больцмана **лишается физического содержания**. То, что принимается равным числу конфигураций, не меняет существа дела, так как не объяснено, как узнать, что две конфигурации равновероятны.*
*Даже если удастся определить вероятность так, чтобы энтропия, найденная из уравнения Больцмана, совпадала с экспериментальным определением, то, как мне кажется, **способ**, **которым г-н Планк вводит принцип Больцмана**, **не позволяет сделать какие-либо заключения относительно точности теории по согласованности её выводов с экспериментально установленными термодинамическими свойствами»**.*
Это была суровая критика, но, если Эйнштейн и сомневался когда-либо в правильности своих взглядов на предмет, что кажется маловероятным, то и тогда он располагал уже

обширными экспериментальными данными в пользу своих взглядов. Эйнштейн мог с уверенностью заявить: «Ясно, что эта формула дает то, что наблюдал Перре, **только если определять вероятность так, как сделано нами»**.

Мы детально рассматриваем этот вопрос именно потому, что связь **физического времени с понятием «вероятность»** при аксиоматическом развитии теории каждый исследователь может вводить «по-своему». Нас **здесь интересует лишь то, как это сделал А. Эйнштейн**. Продолжаем это знакомство по работе Клейна:

«В рассуждениях Эйнштейна в пользу квантов света оригинальны не только выводы. В основе рассуждений — новое эйнштейновское истолкование принципа Больцмана, придающее этому принципу более определенный физический смысл и указывающее для него новую и более широкую область применения.

На том этапе рассуждений, на котором Эйнштейн вводил зависимость между Энтропией и вероятностью, он подчеркивал, что это использование понятия вероятности требует дальнейшего анализа».

*Эйнштейн писал: «Когда вычисляют энтропию методами молекулярной теории, слово «вероятность» часто применяют в значении, не совпадающем с определением, которое дает теория вероятности». И затем он обещал, что рассмотрит этот вопрос более детально и покажет, что нужно пользоваться только «так называемой «**статистической вероятностью**», чтобы устранить логическую трудность, с которой все еще связано применение принципа Больцмана».*

*В этих весьма неполных замечаниях Эйнштейна содержится намек на его **физический подход к понятию вероятности**, встречавшийся уже в его более ранних работах по статической механике.*

*…Трудность, о которой говорил Эйнштейн, состояла в том, что принцип Больцмана **лишен физического смысла**, пока нет адекватного и независимого определения вероятности.*

*Нет необходимости вводить вероятность W как число «равновозможных» состояний системы, что делал Больцман, выбирая эти «равновозможные» состояния на основе априорных соображений. Эйнштейн считал, что предпочтительнее, а на деле необходимо, чтобы вероятности различных состояний системы **определялись ее естественным движением**. Пусть A_1, A_2, …, A_n обозначают возможные состояния системы, т. е. состояния, доступные ей при определенном **значении ее энергии** и **макроскопически** отличимые друг от друга.*

*Эйнштейн определяет соответствующие вероятности W_1, W_2, …, W_n следующим образом. Допустим, что систему наблюдают в течение какого-то большого **промежутка времени** θ. В течение этого промежутка система будет иррегулярным образом проходить через различные возможные состояния.*

*…Если обозначить участки промежутка θ, в течение которых система находится в состоянии A_i, через τ_i, то вероятности определяются как пределы отношений τ_i/θ, когда θ неограниченно увеличивается. По этому определению **вероятность состояния есть частота, с которой оно повторяется**, **доля времени, в течение которого система в нем находится**, **и не вводятся никакие специальные допущения относительно априорных вероятностей**».*

В этом определении Эйнштейна понятие «**ВРЕМЯ»** тесно связано с физическим же определением понятия «**ВЕРОЯТНОСТЬ»**. Для нашего дальнейшего изложения важно отметить причину того, что отношение τ_i/θ стремится к определенному пределу, когда θ неограниченно возрастает.

В проведенном обсуждении понятия «вероятность» есть предположение об инвариантности энергии, т. е. что с ростом θ энергия остается постоянной. Если отказаться от предложения об инвариантности энергии, то и предела отношения τ_i/θ не существует.

7. К теории разработки прикладных теорий проектирования

В начале этого раздела был дан «классификатор задач», который вытекает из определения системы $\Omega(t)$ в виде:

$$y(t) = \Omega(t) \cdot x(t),$$

где $y(t)$ — «выход»,

$x(t)$ — «вход»,

$\Omega(t)$ — «процесс» или «оператор».

Введем еще одно понятие, необходимое для получения «псевдогруппы» по Веблену — оператор $\Omega^{-1}(t)$.

Теория проектирования описывается тензором, или инвариантным объектом, который в исходной системе координат ≡ «вход», имеет «вид» — $x(t)$, а в конечной системе координат ≡ «выход» имеет «вид» — $y(t)$.

«Перевод» описания из исходной системы координат в конечную систему координат осуществляется законом преобразования или «оператором», который имеет вид $\Omega(t)$. «Обратный перевод» осуществляется обратным оператором $\Omega^{-1}(t)$.

Фундамент же теории образует инвариант этой псевдогруппы преобразований координатных систем, который и является главным героем, то есть тензор (рис. 6). Нетрудно убедиться, что мы имеем ту же конструкцию, что была уже рассмотрена в предыдущих разделах.

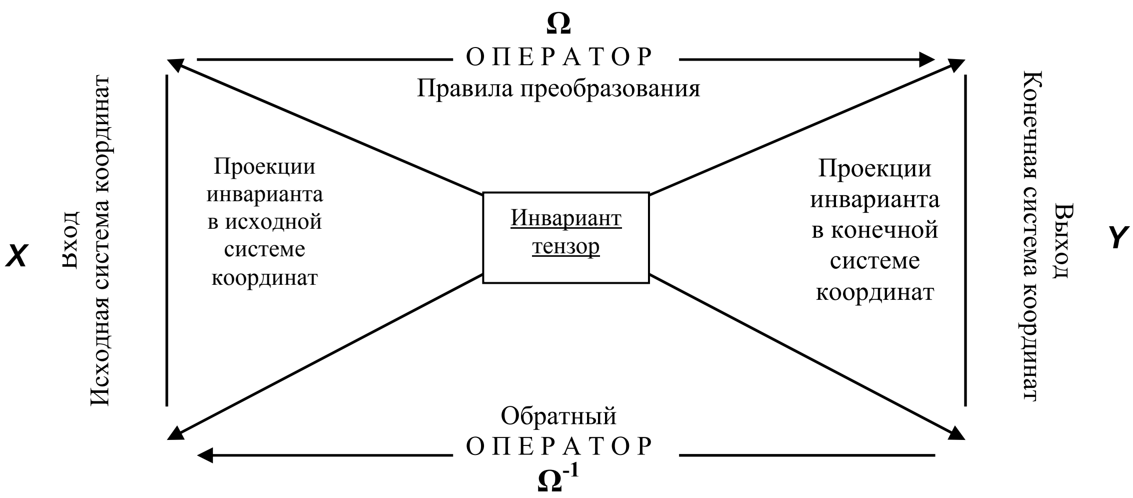


Рис. 6

Теперь наш классификатор задач содержит не три, а четыре колонки (табл. 2).

Табл. 2

	Вход $x(t)$ Исходная система координат	Процесс $\Omega(t)$ «Прямое» преобразование координат	Выход $y(t)$ Конечная система координат	«Обратная связь» $\Omega^{-1}(t)$ «Обратное» преобразование
1	+	+	+	+
2	+	+	?	+
3	+	?	+	+
4	?	+	+	+
5	?	?	+	+
6	?	+	?	+
7	+	?	?	+
8	?	?	?	+
9	+	+	+	?
10				?
11				?
12				?
13				?
14				?
15				?
16				?

Для того чтобы убедиться, что рассматриваемое преобразование является преобразованием координат, необходимо проверить, остается ли принятая физическая величина **неизменной** при данном преобразовании.

Итак, прежде чем говорить о «теории», необходимо зафиксировать:

1. **Что остается неизменным**?
2. **Что изменяется**?

Только после ответа на эти вопросы можно задавать вопросы:

1. **Что известно**?
2. **Что не известно**?

Сетка анализа проблемы состоит из четырёх элементов (табл. 3).

Мы могли бы описывать процесс проектирования систем на естественном языке, но мы при этом никогда не могли бы получить уверенности в том, что читатель «правильно нас понял». Профессиональные философы испытывают антипатию к формальным или математическим языкам, полагая, что формализм «сушит мозг». Требование «гибкости» языка для получения возможностей описывать новые области науки и техники находится в противоречии с требованием «детальной точности». Это противоречие естественного и математического языков **разрешается в понятии «тензор»**.

Табл. 3

	Постоянные	Переменные
Известные	Известные (численные значения) постоянных	Известные (численные значения) переменных
Неизвестные	Неизвестные (численные значения) постоянных	Неизвестные (численные значения) переменных

Понятие «тензор» (но не его координатное представление!) включает в себя и **неизменность** и **изменчивость**. Его неизменная «сущность» — это «инвариант» ≡ «геометрический объект» ≡ «тензор». Его изменчивость — «проекция» — «явление» или «проявление» — это бесконечное множество допустимых или частных координатных систем, в которых «тензор» **записывается на бумаге в форме *n*-матриц**. **Преобразование координат есть переход от одного явления к другому явлению, когда сущность этих явлений неизменна**.

Фундаментальными вопросами являются вопросы об этих «неизменных сущностях»: «Сколько их?», «Как они обнаруживаются?» На эти вопросы мы отвечаем универсальной системой пространственно-временных величин как бесконечной последовательностью различных «сущностей». Иерархия этих сущностей, называемых тензорами, может обнаруживаться в логическом процессе проектирования будущей системы.

Рассмотрению сути логики проектирования посвящен следующий раздел.

Заключение

Мы рассмотрели методологические предпосылки проектирования сложных систем, к которым относятся все естественные, технические и социальные системы.

Мы показали, что проектирование любой сложной системы представляет творческую деятельность конструирования и воплощения в работающую конструкцию прикладной научной теории математического типа.

Мы рассмотрели и обсудили устройство теоретической конструкции и показали трудности на пути ее создания.

От группы Н. Бурбаки мы извлекли некоторое подобие технических условий на состав и устройство **математической теории**.

От Ф. Клейна и О. Веблена мы извлекли некоторое представление о значении для математических теорий понятий:

а) г**руппы преобразований;**

б) **инварианта группы преобразований.**

От А. Н. Колмогорова и А. Лебега мы извлекли некоторое представление о математическом понятии «**величина**», необходимом для проектирования. Еще раньше мы рассмотрели понятие «физическая величина», а также универсальную систему пространственно-временных величин Р. Бартини.

Все это нам необходимо, чтобы говорить о **прикладной математической теории как о группе преобразований с инвариантной (инвариантными) физически измеряемой величиной (величинами)**.

Эта инвариантная физически измеряемая величина и есть **тензор**.

Выводы

1. **Проектирование любой сложной системы есть создание прикладной теории математического типа, которая будет реализована в работающую конструкцию для обеспечения сохранения развития в системе «природа—общество—человек».**
2. **Выделяются две области проектирования:**
   - **область разработки прикладной теории математического типа;**
   - **область изготовления материальной конструкции на основе прикладной теории.**
3. **Теоретическая конструкция проектируемой системы есть группа преобразований с инвариантной физически измеряемой величиной (величинами).**
4. **Указанная теоретическая конструкция обеспечивает выполнение основного свойства проектируемой системы: на заданные воздействия отвечать предписанным ей конструктором заданным выходом — откликом.**